

Всероссийская олимпиада школьников по МАТЕМАТИКЕ 2024-25 года

Муниципальный этап

7 класс

Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ**. Ответ может быть числовой, может быть строкой текста или рисунком. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором **НЕ** разрешается.

Максимальное количество баллов — 100.

Время выполнения заданий — 240 минут.

**Желаем успеха!**

**Задания**

**Задача 1.** Вычислите значение выражения:

$$\left( 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} \right) \cdot 2$$

**Задача 2.** В какую степень надо возвести одночлен  $(a^3b^2)^2$ , чтобы получить  $a^{24}b^{16}$ ?

**Задача 3.** Вокруг круговой трассы на равном расстоянии друг от друга стоят столбы, пронумерованные числами 1, 2, 3, ... по порядку. Столб номер 8 и столб номер 25 — диаметрально противоположны. Сколько всего столбов стоит вокруг трассы?

**Задача 4.** В примере на умножение  $*7 \times 4* = 7*4$  три цифры заменили звездочками. Восстановите пример. В ответ нужно записать пример целиком.


**Задача 5.** В каждой клетке квадрата  $4 \times 4$  Миша написал цифру 0 или 1 так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось по две единицы и по два нуля. После этого он стер некоторые цифры, а две — обозначил буквами X и Y. Чему равны X и Y? Формат ответа: "X=10, Y=20".

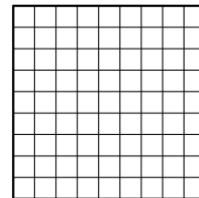
1		1	
		1	
	X		0
Y			

**Задача 6.** Перед Черной Пятницей товар сначала во вторник подорожал на 95%, а потом подешевел в четверг на 25%, а в пятницу подешевел еще на 20% (от цены четверга). а) (2 балла) Дешевле или дороже по сравнению с первоначальной ценой (до первого повышения) стал товар в пятницу? б) (3 балла) На сколько процентов от первоначальной цены?


**Задача 7.** Семь гномов добывали в шахте алмазы. Второй нашел на 3 алмаза больше, чем первый, третий — на 3 алмаза больше, чем второй, и так далее, ..., седьмой — на 3 алмаза больше, чем шестой. Оказалось, что пятый, шестой и седьмой гномы в сумме нашли столько же алмазов, сколько первый, второй, третий и четвертый вместе взятые. Сколько алмазов нашел *шестой* гном?

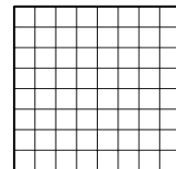
**Задача 8.** Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между восемью семерками 7 7 7 7 7 7 7 знаки арифметических действий (+, −, ×, ÷) так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 122. Можно использовать скобки. Необязательно использовать все знаки. В ответ запишите все выражение целиком. Цифры можно объединять в числа. Достаточно привести один пример.

**Задача 9.** Какое наименьшее число клеток надо закрасить на доске  $9 \times 9$  так, чтобы **не нашлось** четырёхклеточного уголка , состоящего целиком из незакрашенных клеток? Уголок может быть повернут и перевернут любым способом. В ответе нужно **а)** (2 балла) указать количество и **б)** (3 балла) привести пример закрасенных клеток.



**Задача 10.** У Деда Мороза в мешке лежат 8 игрушек: три различные машинки, два различных мячика, один солдатик, один кубик и одна матрешка. Он вытаскивает из мешка наугад три игрушки (порядок вытаскивания не важен). Сколько вариантов у него есть вытащить три игрушки с разным названием?

**Задача 11.** Гриша разрезал квадрат  $8 \times 8$  на фигурки вида  и квадратики  $2 \times 2$ . Общая длина разрезов, которые он сделал, равна 58. Сколько квадратиков  $2 \times 2$  у него получилось? Сторона клетки равна 1. *Фигурки могли быть повернуты и перевернуты.*



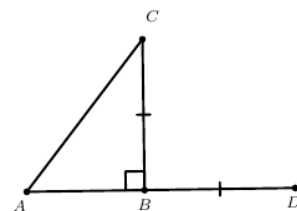
**Задача 12.** Старательный мальчик Витя раскрыл все скобки в выражении

$$(1 + 3x - x^2)(1 + 3x + x^2) + (x^2 + 3)^2 - 15x^2 - 1,$$

привел подобные слагаемые, а затем посчитал сумму всех коэффициентов у слагаемых в получившемся выражении (в том числе свободный член). Сколько у него получилось?

**Задача 13.** Из трехзначного числа вычеркнули среднюю цифру. Полученное число оказалось в 11 раз меньше исходного. Какое число могло быть изначально, если средняя цифра была равна 3? *Укажите все возможные ответы в любом порядке!*

**Задача 14.** Треугольник  $ABC$  — прямоугольный с прямым углом  $B$ . На продолжении стороны  $AB$  за точку  $B$  отметили точку  $D$  так, что  $CB = BD$ . Точка  $E$  на плоскости такова, что  $DE = CB$ , а расстояние между  $C$  и  $E$  — максимально возможное. Каков угол  $DBE$ ? *Ответ дайте в градусах.*



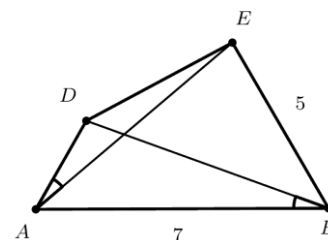
**Задача 15.** Дан ребус  $IA + IA + \dots + IA = OC\acute{E}L$ . Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. В левой части всего  $N$  слагаемых  $IA$ . Для какого наименьшего  $N$  этот ребус имеет решение? *В ответ запишите только число  $N$ .*

**Задача 16.** Алеша отметил на плоскости 5 различных точек. Потом он посчитал все треугольники с вершинами в этих точках. Какое число у него могло получиться? *Укажите все возможные ответы!*

**Задача 17.** Яша написал на 21 карточке все целые числа от  $-10$  до  $10$  (каждое — по одному разу), а затем выбрал из них шесть карточек, среди чисел на которых нет двух противоположных. **а)** (1 балл) Какое наибольшее произведение чисел на карточках он мог получить? **б)** (4 балла) Сколькими способами он мог выбрать эти шесть карточек (без двух противоположных чисел), произведение чисел на которых будет наибольшим?

**Задача 18.** Петя нашел и записал на доску все трехзначные числа  $N$ , в которых  $a$  сотен,  $b$  десятков и  $c$  единиц. При этом цифра  $c$  есть остаток от деления  $N$  на 5, цифра  $b$  — остаток от деления  $N$  на 4, цифра  $a$  — остаток от деления  $N$  на 2. Затем Петя нашел сумму всех чисел, записанных на доске. Чему равна эта сумма?

**Задача 19.** В четырехугольнике  $ABED$  известно, что  $AB = 7$ ,  $BE = 5$ ,  $\angle DAB = \angle EBA = 60^\circ$ ,  $\angle DAE = \angle DBA$ . Найдите длину отрезка  $AD$ . *Картинка приведена только для пояснения, длины отрезков на ней не соответствуют условию задачи.*



**Задача 20.** Наташа придумала две новые операции:  $x \circ y = (x + y)^2$  и  $x \square y = (x - y)^2$ . Найдите значения выражения  $(x \circ y) \square (x \square y)$  при  $x = 1/4$ ,  $y = 2$ .